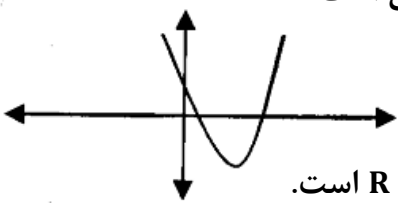


سوال‌ات شبه نهایی درس: ریاضی ۲	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۵ تعداد سوال: ۱۵
رشته: علوم تجربی	اداره تکنولوژی و بررسی محتوا - گروه آموزشی متوسطه دوم ریاضی استان	
دانش آموزان روزانه سراسر استان چهارمحال و بختیاری در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۳		

**پیامبر اعظم (ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.**

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) دو خط <math>x = 3y - 1</math>, <math>y = 3x + 1</math> بر هم عمودند.</p> <p>ب) در هر مثلث، پاره خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل کند، با ضلع سوم موازی و نصف آن است.</p> <p>پ) دو تابع <math>f(x) = \frac{x^2}{x}</math> و <math>f(x) = x</math> با هم برابر هستند.</p> <p>ت) حاصل <math>\cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) + \sin(-\theta)</math> برابر صفر است.</p> <p>ث) دامنه توابع با ضابطه <math>f(x) = 2^x</math>, <math>g(x) = x^2</math> مساوی اند.</p> <p>ج) تابع <math>f(x) = \sqrt{x}</math> در نقطه <math>x = 0</math> پیوسته است.</p> <p>چ) با توجه به شکل زیر علامت <math>b</math> در تابع درجه ۲، <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> منفی است.</p>  <p>ح) برد تابع <math>f(x) = 1 + \sqrt{x-2}</math> برابر <math>[2, +\infty)</math> است.</p> <p>خ) اگر <math>f(x) = 5 - 2x</math> و <math>g(x) = \frac{3}{x-2}</math> باشد، دامنه <math>f \times g</math> برابر <math>R - \left\{\frac{5}{2}\right\}</math> است.</p> <p>د) نقطه <math>\left[\frac{-2}{1}, \frac{1}{9}\right]</math> روی نمودار تابع با ضابطه <math>f(x) = 3^x</math> قرار دارد.</p> <p>ذ) اگر همه داده‌ها در عدد ثابتی ضرب شوند ضریب تغییرات بدون تغییر می‌ماند.</p>
۲	<p>جاهای خالی را با کلمات و اعداد مناسب پر کنید.</p> <p>الف) هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به فاصله‌ی یکسان باشد، روی ..... قرار دارد.</p> <p>ب) به نتایج مهم و پرکاربرد، که با استدلال ..... به دست می‌آیند، قضیه نامیده می‌شود.</p> <p>پ) مقدار عبارت <math>y = \cos\left(-x + \frac{\pi}{6}\right) + 1</math> به ازای <math>x = \frac{\pi}{3}</math> برابر ..... است.</p> <p>ت) در دایره‌ای به شعاع ۱ سانتی متر طول کمان روبه روی زاویه ..... رادیان تقریباً <math>\frac{3}{14}</math> سانتی متر است.</p> <p>ث) حاصل عبارت <math>\log_9 \sqrt{27}</math> برابر ..... است.</p> <p>ج) خط <math>3x - 4y = 0</math> بر دایره‌ای به مرکز <math>O(2, -1)</math> مماس است. شعاع برابر ..... است.</p> <p>چ) هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه .....</p> <p>ح) نمودار <math>f, f^{-1}</math> نسبت به ..... قرینه یکدیگرند.</p>

(خ) مقدار  $\sin \frac{7\pi}{4}$  برابر ..... است.

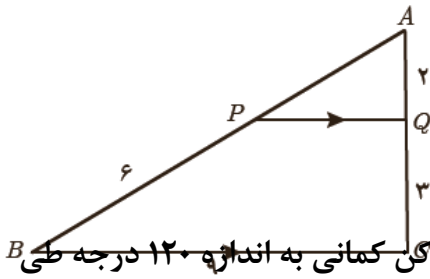
(د) اگر نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \log_a^x$  از نقطه  $(2, 2)$  عبور کند، مقدار  $a$  برابر ..... است.  
 (ذ) ضریب تغییرات سن دانش آموزان کلاس شما ۱۰ سال دیگر ..... می یابد. (افزایش - کاهش)

۳

سوالات چهار گزینه ای:

(الف) در شکل مقابل مقدار  $PQ + AP$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{6}{5}$       (۲)  $\frac{7}{6}$       (۳)  $\frac{6}{7}$       (۴)  $\frac{7}{4}$



(ب) طول برف پاک کن عقب اتومبیلی ۲۴ سانتی متر است. فرض کنید برف پاکن کمانی به اندازه  $120^\circ$  در جهه طی می کند. طول کمان طی شده توسط نوک برف پاکن چقدر است؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱) ۳۲      (۲) ۲۴      (۳) ۶۰      (۴) ۴۸

(پ) اگر  $\log x + \log(x+1) = \log 12$  در این صورت  $\log_3^{(x+6)}$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۴      (۳) ۶      (۴) ۱

(ت) میانگین چارک های اول، دوم و سوم داده های ۱۴ و ۱۰ و ۱۷ و ۲۳ و ۹ و ۷ و ۲۴ و ۲۹ و ۴ و ۳ کدام است؟

- (۱) ۱۳      (۲) ۱۴      (۳)  $\frac{14}{5}$       (۴) ۱۵

(ث) طول مستطیلی که محیط آن ۸ سانتی متر ومساحت آن ۱ سانتی متر مربع باشد چند سانتی متر است؟

- (۱)  $2 + \sqrt{3}$       (۲)  $2 - \sqrt{3}$       (۳)  $1 - \sqrt{3}$       (۴)  $1 + \sqrt{3}$

(ج) اگر  $\log_3^{(2^x-1)} = -2$  باشد، آنگاه لگاریتم  $(9x + 3)$  در پایه ۲ کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

(چ) کدام گزینه نادرست است؟

(۱) تابع  $f(x) = \sqrt{x-2}$  در نقطه  $x = 2$  حد ندارد ولی حد راست دارد.

(۲) حد چپ تابع  $g(x) = \frac{|x-5|}{x-5}$  در نقطه  $x = 5$  برابر -۱ است.

(۳) تابع  $y = 3^x$  در بازه  $[-1, 4]$  تابعی پیوسته است.

(۴) اگر در تابع  $f(x)$  مقدار  $f(a)$  تعریف نشده باشد، مقدار حد در  $x = a$  وجود ندارد.

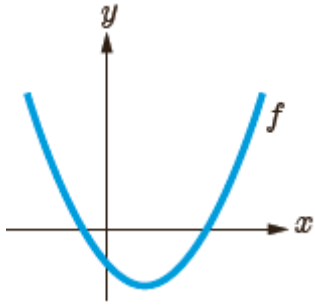
(ح) اگر تمام داده ها را در عدد ثابت  $c$  ضرب کنیم کدام معیار از همه بیشتر تغییر می کند؟

- (۱) انحراف معیار      (۲) واریانس      (۳) ضریب تغییرات      (۴) میانگین

۴ کوتاه پاسخ:

الف) مقدار مینیمم تابع  $f(x) = 3x^2 + 6x + 5$  چقدر است؟

ب) در سهمی مقابل علامت  $b$  را بیان کنید.



پ) چرا تابع  $f = \{(1, 2), (-2, 4), (2, -1), (-1, 2)\}$  یک به یک نیست؟

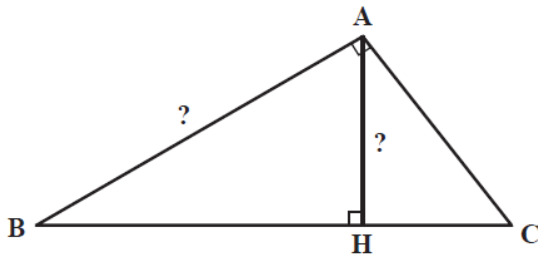
ت) اگر تابع  $f$  در  $a$  حد داشته باشد و تابع  $g$  در  $a$  حد نداشته باشد، آنگاه در مورد حد تابع  $f + g$  چه می توان گفت؟

ث) واریانس داده هایی برابر ۱۰ است. اگر تمام داده ها را ۵ برابر کنیم. واریانس آن ها چقدر می شود؟

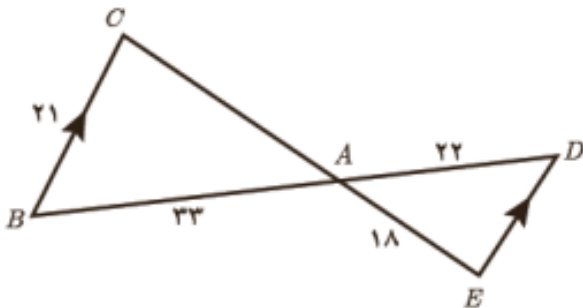
۵ الف) اگر دو دستگاه چمن زنی باهم کار کنند چمن های یک زمین را دو ساعته میزنند. اگر دستگاه اول به تنهایی کار کند ۳ ساعت زودتر از دستگاه دوم میتواند چمن های زمین را بزند. مشخص کنید هر کدام از دستگاه ها به تنهایی چند ساعته می توانند کار را تمام کنند.  
ب) معادله ی رادیکالی  $\sqrt{x+5} = \sqrt{x} + 1$  را حل کنید.

۶ الف) در مثلث قائم الزاویه روبه رو اندازه پاره خط خواسته شده را بدست آورید.

$BC = 10, BH = 9, AH = ?, AB = ?$



ب) در شکل مقابل  $BC \parallel DE$  اندازه پاره های  $CA$  و  $DE$  را بدست آورید.



۷ الف) اگر  $f = \{(2, 5), (3, 4), (0, -2)\}$  و  $f = \{(-1, 2), (0, 3), (2, 4), (3, 0)\}$  حاصل  $f + g$  را بیابید.

ب) وارون تابع  $f(x) = \frac{1}{3}x + 3$  را بیابید.

پ) نمودار تابع  $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$  را رسم کنید و وجود حد را در نقطه  $x=3$  بررسی کنید.

۸ مقدار نسبت های مثلثاتی زیر را بدست آورید.

الف)  $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) =$

ب)  $\tan(-150^\circ) =$

پ)  $\cos\left(\frac{23\pi}{4}\right) =$

ت)  $\tan(60^\circ) =$

۹ نمودار هریک از توابع زیر را رسم کنید.

الف)  $y = 1 - \cos x$

ب)  $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

پ)  $y = -\log_2^{(x-1)}$

۱۰ الف) معادله لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف)  $\log(2x) - \log(x-3) = 1$

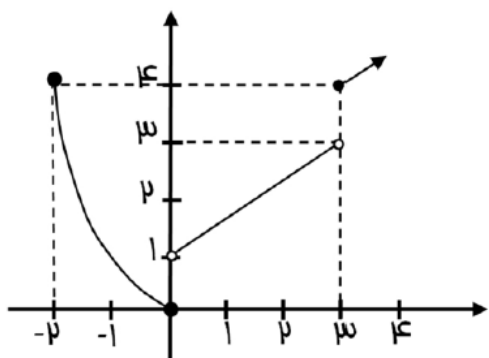
ب)  $\log_2^x + \log_x^2 = 1$

پ) اگر  $\log 2 = 0.3$  و  $\log 3 = 0.48$  مقدار تقریبی  $\log \frac{27}{\sqrt[5]{5}}$  را بیابید.

ت) معادله نمایی  $9^x = 3^{x^2-4x}$  را حل کنید.

۱۱ با توجه به نمودار زیر حدود خواسته شده را در صورت وجود بیابید.

$2 \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$



حاصل حدود زیر را در صورت وجود بیابید.

۱۲

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x] + x}{\sin(x + \frac{\pi}{2})}$

الف) پیوستگی تابع  $f(x) = \begin{cases} [x] + \varepsilon & x < 0 \\ 3 & x = 0 \\ 3 - \frac{|x|}{x} & x > 0 \end{cases}$  در  $x = 0$  بررسی کنید.

۱۳

ب) نمودار تابعی رسم کنید که در نقطه  $x = 1$  دارای حد ۴ باشد، ولی تابع در ۱ پیوسته نباشد.

الف) دو تاس با هم پرتاب شده اند. احتمال آن که هر دو عدد رو شده زوج باشند به شرط آنکه بدانیم مجموع اعداد رو شده ۸ است را به دست آورید.

۱۴

ب) آراد به احتمال  $0/8$  در کنکور تجربی و بهراد به احتمال  $0/9$  در کنکور ریاضیات قبول می شوند. احتمال های زیر را بیابید.

(۱) هر دو در کنکور قبول شوند.

(۲) هیچکدام از آن ها قبول نشود.

در داده های آماری ۱۱ و ۱۵ و ۱۷ و ۱۶ و ۱۴ و ۹ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۵ و ۱۸ و ۱۴ انحراف معیار داد های بین چارک اول و چارک سوم چقدر است؟

۱۵

تعداد صفحه: ۶ تعداد سوال: ۱۵	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	پاسخ سوالات شبه نهایی درس: ریاضی ۲
اداره تکنولوژی و بررسی محتوا - گروه آموزشی متوسطه دوم ریاضی استان		رشته: علوم تجربی
دانش آموزان روزانه سراسر استان چهارمحال و بختیاری در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۳		

پیامبر اعظم (ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.

۱	الف) نادرست ب) درست ج) درست د) درست ه) درست و) درست ز) درست ح) درست ط) درست ث) نادرست ج) درست ذ) درست
۲	الف) نیمساز ب) استنتاجی پ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ت) $\pi$ ث) $\frac{3}{4}$ ج) ۲ چ) به یک فاصله است ح) نیمساز ربع اول و سوم خ) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ د) $\sqrt{2}$ ذ) کاهش
۳	الف) گزینه دو $\frac{2}{3} = \frac{AP}{6} \Rightarrow AP = 4, \quad \frac{2}{5} = \frac{PQ}{6} \Rightarrow PQ = \frac{18}{5}$ $AP + PQ = 4 + \frac{18}{5} = \frac{38}{5} = 7.6$ ب) گزینه چهار $\theta = \frac{l}{r} \Rightarrow l = r\theta = \frac{12 \cdot \pi}{180} \times 24 = 16\pi = 48$ پ) گزینه یک $\log x(x+1) = \log 12 \Rightarrow x(x+1) = 12 \Rightarrow x = 3$ $\log_3^{x+6} = \log_3^9 = 2$ ت) گزینه دو ۳, ۴, ۷, ۹, ۱۰, ۱۴, ۱۷, ۲۳, ۲۴, ۲۹ $Q_2 = \frac{10+14}{2} = 12, \quad Q_1 = 7, \quad Q_3 = 27$ $\bar{x} = \frac{12+7+27}{3} = \frac{46}{3} = 15.33$ ث) گزینه یک $\alpha\beta = 1$ $2(\alpha + \beta) = 8 \Rightarrow \alpha + \beta = 4$ $\Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$ ج) گزینه سه

$2x - 1 = 3^{-2} \Rightarrow 2x = 1 + \frac{1}{9} \Rightarrow x = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$ $\log_9^{9x+3} = \log_9^{9(\frac{5}{9})+3} = \log_9^8 = 3$ <p style="text-align: right;">(چ) گزینه چهار (ح) گزینه دو</p>	
$y_{\min} = -\frac{\Delta}{2a} = -\frac{36-60}{12} = \frac{24}{12} = 2 \text{ (الف)}$ $\left. \begin{array}{l} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -b > a \Rightarrow b < 0 \text{ (ب)}$ <p>(پ) زیرا دو زوج <math>(1, 2), (-1, 2)</math> های برابر ولی <math>x</math> های متفاوت دارند. (ت) حد ندارد (ث) 25 برابر می شود</p>	۴
<p style="text-align: center;">(الف) <math>x = \text{زمان دستگاه دوم}</math>      <math>x - 3 = \text{زمان دستگاه اول}</math></p> $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x(x-3) + 2x}{x(x-3)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 6 + 2x = x^2 - 3x$ $\Rightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 6 \end{cases}$ <p>که <math>x = 6</math> قابل قبول است و دستگاه اول 3 ساعته و دستگاه دوم 6 ساعته کار را انجام می دهد. (ب)</p> $(\sqrt{x+5})^2 = (\sqrt{x}+1)^2 \Rightarrow x+5 = x+1+2\sqrt{x} \Rightarrow 2\sqrt{x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$	۵
<p style="text-align: right;">(الف)</p> $AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 9 \times 10 \Rightarrow AB^2 = 3\sqrt{10}$ $HC = BC - BH = 10 - 9 = 1$ $AH^2 = BH \times HC = 9 \times 1 \Rightarrow AH = 3$ <p style="text-align: right;">(ب)</p> $\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{EA} \Rightarrow \begin{cases} \frac{21}{DE} = \frac{33}{22} \Rightarrow DE = 14 \\ \frac{33}{22} = \frac{AC}{18} \Rightarrow AC = 27 \end{cases}$	۶

$$f + g = \{(2, 9), (0, 1), (3, 4)\} \text{ (الف)}$$

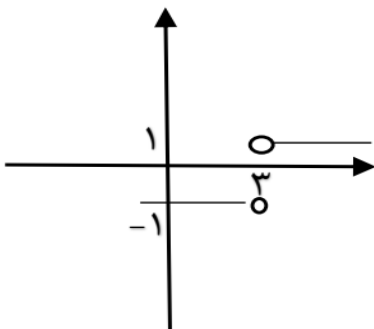
۷

$$y = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow y - 3 = \frac{1}{2}x \Rightarrow 2y - 6 = x \Rightarrow y = 2x - 6 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x - 6 \text{ (ب)}$$

(پ)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 3 \\ -1 & x < -3 \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  وجود ندارد



$$\text{الف) } \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

۸

$$\text{ب) } \tan(-150^\circ) = -\tan 150^\circ = -\tan(180^\circ - 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

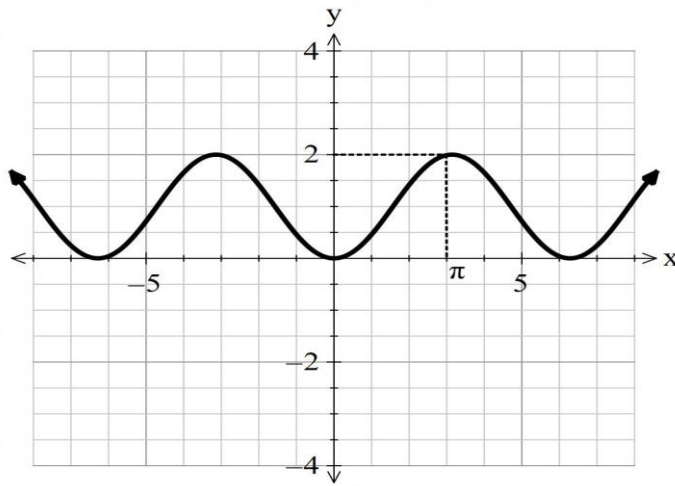
$$\text{پ) } \cos\left(\frac{23\pi}{8}\right) = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{8}\right) = \cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{ت) } \tan(60^\circ) = \tan(360^\circ + 240^\circ) = \tan 240^\circ = \tan(180^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

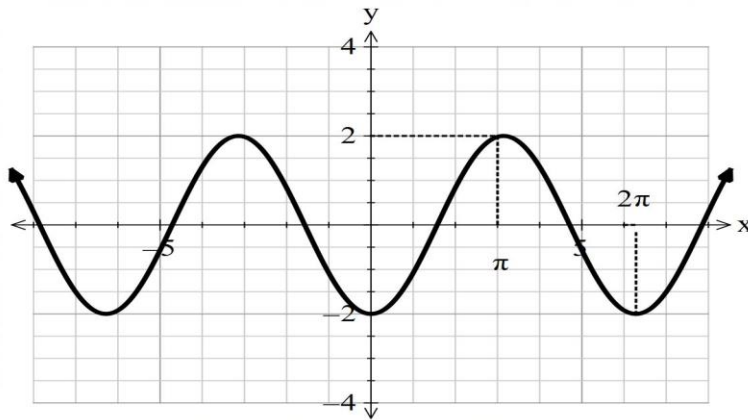
$$\text{الف) } y = 1 - \cos x$$

۹

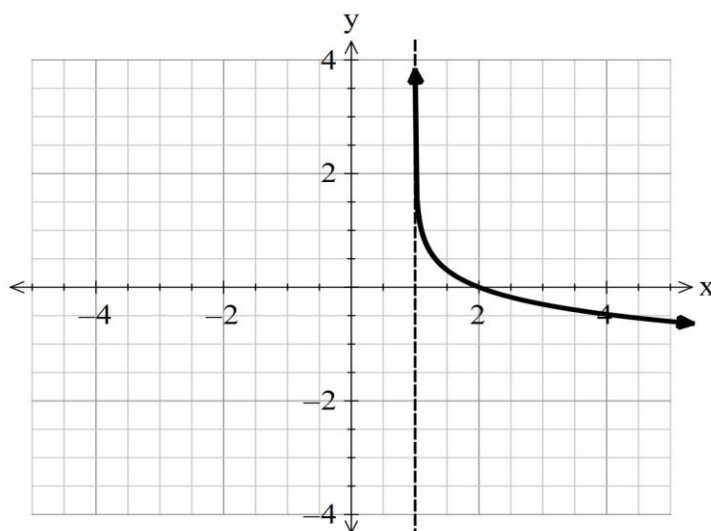




ب)  $y = r \sin(x - \frac{\pi}{r})$

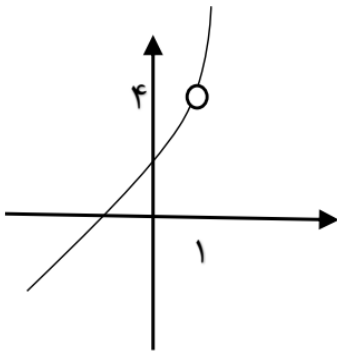


پ)  $y = -\log_r(x-1)$



<p>(الف) <math>\log \frac{2x}{x-3} = 1 \Rightarrow \frac{2x}{x-3} = 1 \Rightarrow 1 \cdot x - 3 = 2x \Rightarrow 8x = 3 \Rightarrow x = \frac{15}{8}</math></p> <p>(ب)</p> <p><math>\log_{\frac{x}{2}} + \log_{\frac{2}{x}} = 1 \Rightarrow \log_{\frac{x}{2}} + \frac{1}{\log_{\frac{x}{2}}} = 1 \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 1 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0</math></p> <p><math>\Rightarrow t = 1 \Rightarrow \log_{\frac{x}{2}} = 1 \Rightarrow x = 2</math></p> <p>(پ)</p> <p><math>\log 0 = \log \frac{1}{2} = \log 1 - \log 2 = 1 - \log 2 = 1 - 0.3 = 0.7</math></p> <p><math>\log \frac{27}{\sqrt[5]{0}} = \log 3^3 - \log \sqrt[5]{0} = 3 \log 3 - \frac{1}{5} \log 0 = 3(0.48) - \frac{1}{5}(0.7) = 0.16 - \frac{0.7}{5} = \frac{0.7}{5} = 0.14</math></p> <p>(ب)</p> <p><math>9^x = 3^{x^2 - 4x} \Rightarrow 3^{2x} = 3^{x^2 - 4x} \Rightarrow x^2 - 4x = 2x \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}</math></p>	<p>(a) 10</p>
<p><math>2(3) - 1 = 5</math></p>	<p>11</p>
<p>(الف) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+3)}{(x+2)(x-2)} = \frac{5}{4}</math></p> <p>(ب) <math>\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{[x] + x}{\sin(x + \frac{\pi}{2})} = \frac{[\pi^-] + \pi}{\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{-1}{1} = -1</math></p>	<p>12</p>
<p>(الف)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pi^-} [x] + \epsilon = \left[ \pi^- \right] + \epsilon = -1 + \epsilon = 3</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pi^+} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \left( 3 - \frac{ x }{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \left( 3 - \frac{x}{x} \right) = 3 - 1 = 2</math></p> <p><math>f(\pi) = 3</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = f(\pi) \neq \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) \Rightarrow</math> در <math>\pi</math> پیوسته نیست ولی پیوستگی چپ دارد.</p>	<p>13</p>

(ب)



(الف) ١٤

$$p(A|B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$B = \{(2, 6), (6, 2)\} \quad A = \{(2, 2), (2, 8), (2, 6), (8, 2), (8, 8), (8, 6), (6, 6), (6, 2), (6, 8)\}$$

$$A \cap B = \{(2, 6), (6, 2)\}$$

(ب)

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = 1/8 \times 1/9 = 1/72$$

(١)

$$p(A' \cap B') = p(A') \times p(B') = (1 - 1/8)(1 - 1/9) = 7/8 \times 8/9 = 7/9$$

(٢)

٩, ١١, ١١, ١٢, ١٤, ١٤, ١٥, ١٥, ١٦, ١٧, ١٨

$$Q_2 = 14, \quad Q_1 = 11, \quad Q_3 = 16$$

$$\bar{Q} = \frac{Q_1 + Q_3}{2} = \frac{11 + 16}{2} = \frac{27}{2} = 13.5$$

$$\sigma^2 = \frac{(11 - 13.5)^2 + (16 - 13.5)^2}{2} = \frac{6.25 + 6.25}{2} = \frac{12.5}{2} = 6.25$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{6.25} = 2.5$$

١٥